

1. Cvičení z MA II. (2. 10. 2023)

Markéta Lopatková

lopatkova@ufal.mff.cuni.cz

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

Úvodní informace – viz web.

Opakování

1. Vyšetřete průběh následujících funkcí, pečlivě zdůvodněte.

$$(a) \quad \left| \frac{x}{1+x^2} \right| \qquad (b) \quad \frac{\cos x}{2+\sin x} \qquad (c) \quad \arccos \left(\frac{-x^2-x+2}{4} \right)$$

$$(d) \quad |x-1| \cdot \exp\left(-\frac{1}{(x-1)^2}\right)$$

2. Z čtvercového listu papíru odstříhneme v rozích malé čtverce a složíme krabičku (bez víka). Jak velké čtverce máme odstříhnout, aby vzniklá krabička měla co největší objem?

3. Spočítejte přibližně následující hodnoty – dá Taylorův polynom 3. stupně odhad s přesností 0.0001?

(a) $\cos 0.1$ (b) $\sqrt{1.02}$

4. Motivační příklad pro 2. semestr:

Nechť $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je definována předpisem:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{x^4+y^2} & \text{pro } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Je tato funkce spojitá vzhledem k jednotlivým proměnným (tedy jako funkce jedné proměnné)? Jak je to s její spojitostí mimo bod $(0,0)$? A v bodě $(0,0)$?