

## 11. cvičení z MA II. (11. 12. 2023)

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

### A. Riemannův integrál.

Jak je definovaný Riemannův integrál? Kdy existuje?

1. Spočítejte integrál  $\int_0^1 x^2 \, dx$  dle definice Riemmannova integrálu. (dokončení z minulé hodiny)

2. Jaký je vztah mezi Riemannovým a Newtonovým integrálem?

- (a) Kdy se dá ‘zaměnit’ a počítat Riemannův integrál jako Newtonův?
- (b) Vzpomeňte si na funkci, která má Newtonův integrál a nikoliv Riemannův integrál.
- (c) Vzpomeňte si na funkci, která má Riemannův integrál a nikoliv Newtonův integrál.

3. Odbočka: Co to je stejnoměrná spojitost a jak se liší od spojitosti ‘obyčejné’?

Jsou následující funkce na daných intervalech spojitě?

- (i)  $f(x) = x$  na  $\mathbb{R}$
- (ii)  $f(x) = x^2$  na  $\mathbb{R}$
- (iii)  $f(x) = x^2$  na  $\langle 1, 5 \rangle$

### B. Neurčitý integrál.

4. Spočítejte následující integrály - na co je potřeba dát pozor při substituci, při per partes?

- (i)  $\int \exp(x) \sin(x) \, dx$
- (ii)  $\int \frac{1}{x \ln(x)} \, dx$
- (iii)  $\int_1^e \ln(x) \, dx$
- (iv)  $\int_{e^{-1}}^e |\ln(x)| \, dx$
- (v)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7(x) \cos(x) \, dx$
- (vi)  $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \, dx$

5. Rozložte na parciální zlomky a pak integrujte:

- (i)  $\int \frac{1}{x(x-1)^2} \, dx$
- (ii)  $\int \frac{4}{(x+2)(2x+1)} \, dx$
- (iii)  $\int \frac{1}{x(1+x)(1+x+x^2)} \, dx$